

Mathematiklehre digital unterstützen

Eine Mathematiklehrveranstaltung in/mit optes

Marc Peterfi

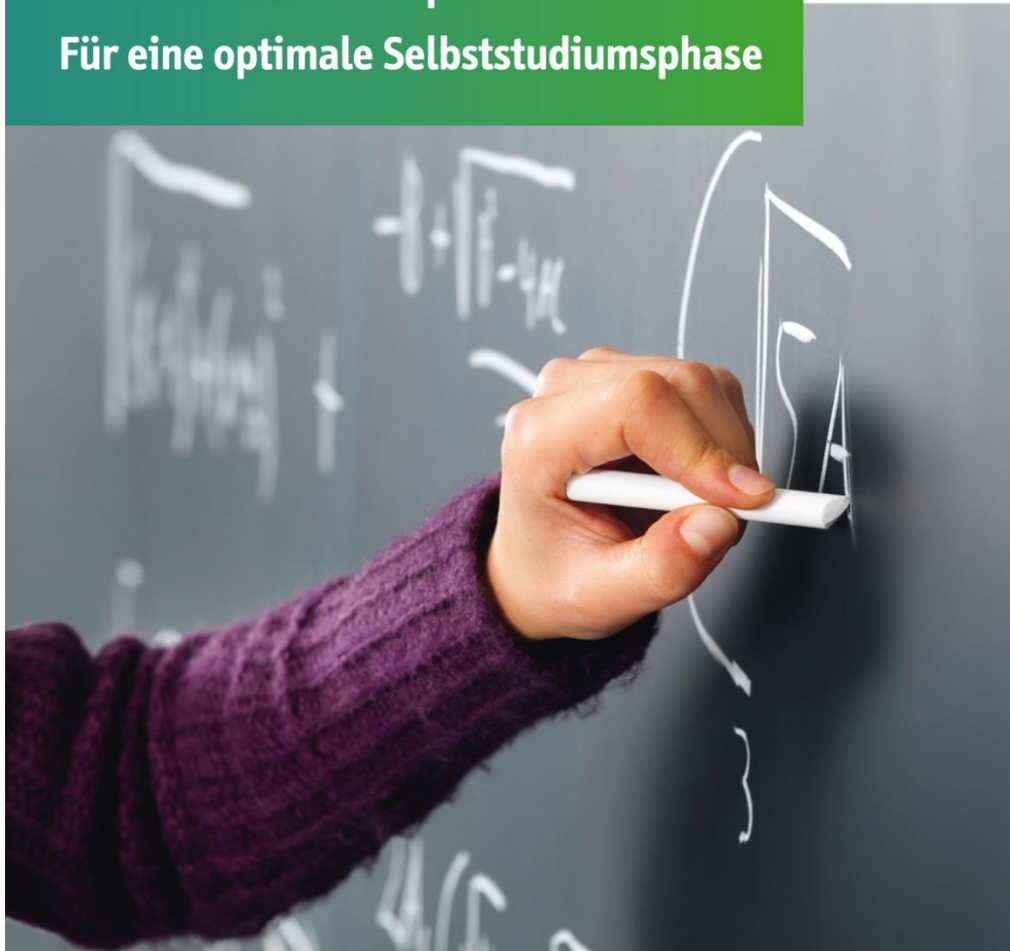
19. Internationale ILIAS-Konferenz und optes-Abschlusskonferenz, 11.09.2020

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

MINT meistern mit optes – Für eine optimale Selbststudiumsphase



Verbundprojekt zur Unterstützung des
begleiteten Selbststudiums im Fach
Mathematik

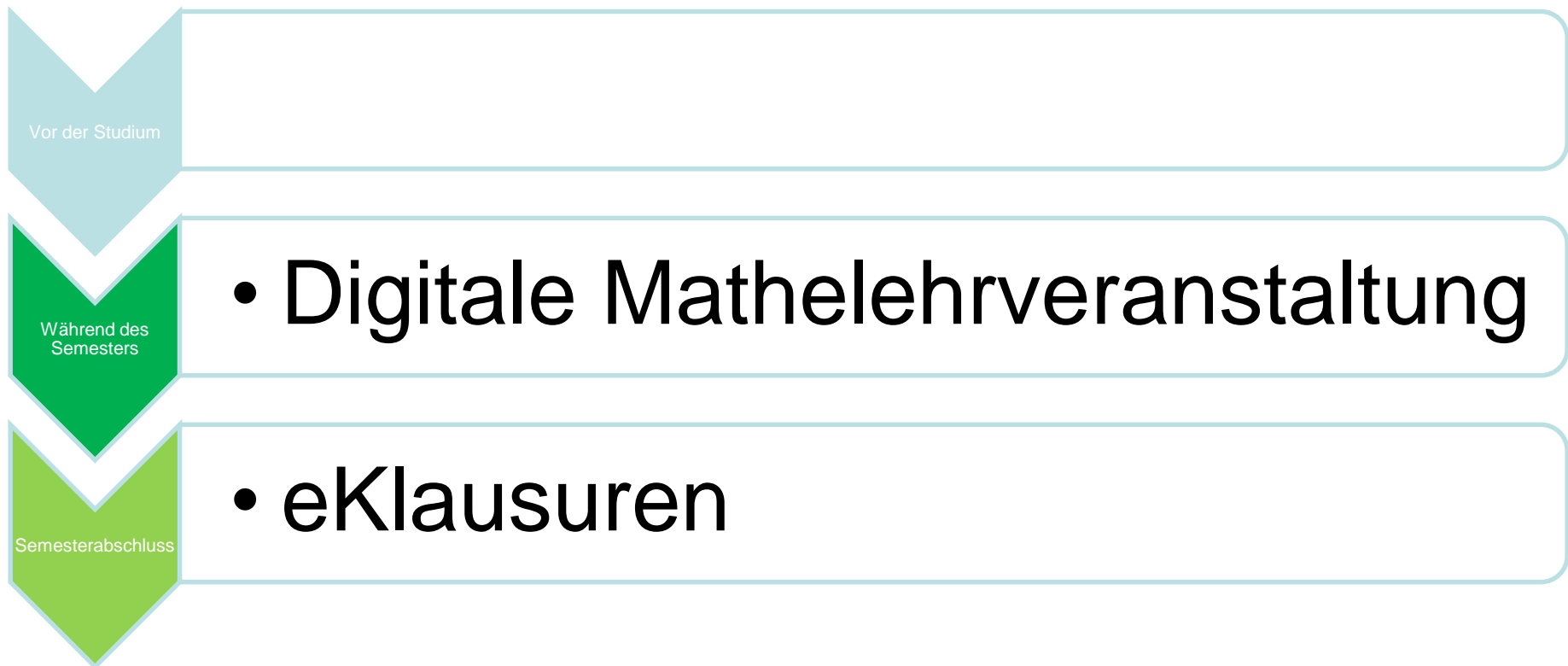
Verbundpartner:



Privilegierte Partner:



Teilprojekt 5: eAssessment im Studium

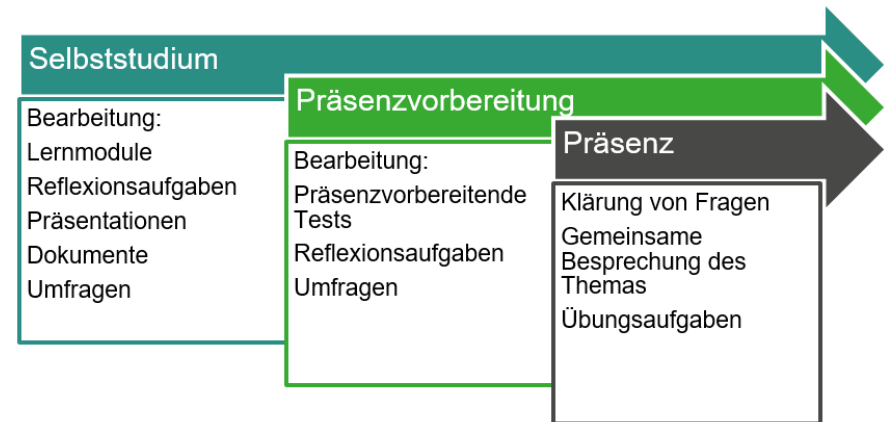


Digitale Mathelehrveranstaltung

Einsatz von ILIAS in einem
Inverted Classroom-Ansatz

Einsatz von

- elektronischen Übungsaufgaben in ILIAS
 - im Selbststudium
 - in der Präsenz
- ILIAS-Lernmodulen zur Stoffarbeitung
- Kurs mit Fragenpools und Lernmodulen im Materialienpool



Pilotdurchlauf

- DHBW Karlsruhe
 - Studiengang Wirtschaftsinformatik
 - Modul Mathematik I
 - Analysis und Lineare Algebra
 - Logik und Algebra

Rahmenbedingungen und Inhalte der Lehrveranstaltungen

jeweils: 30 (28+2) UE Präsenz, 45 UE Selbststudium

Kursgröße: 33 Studierende, Anwesenheitspflicht, Präsenzsitzung: 3 UE

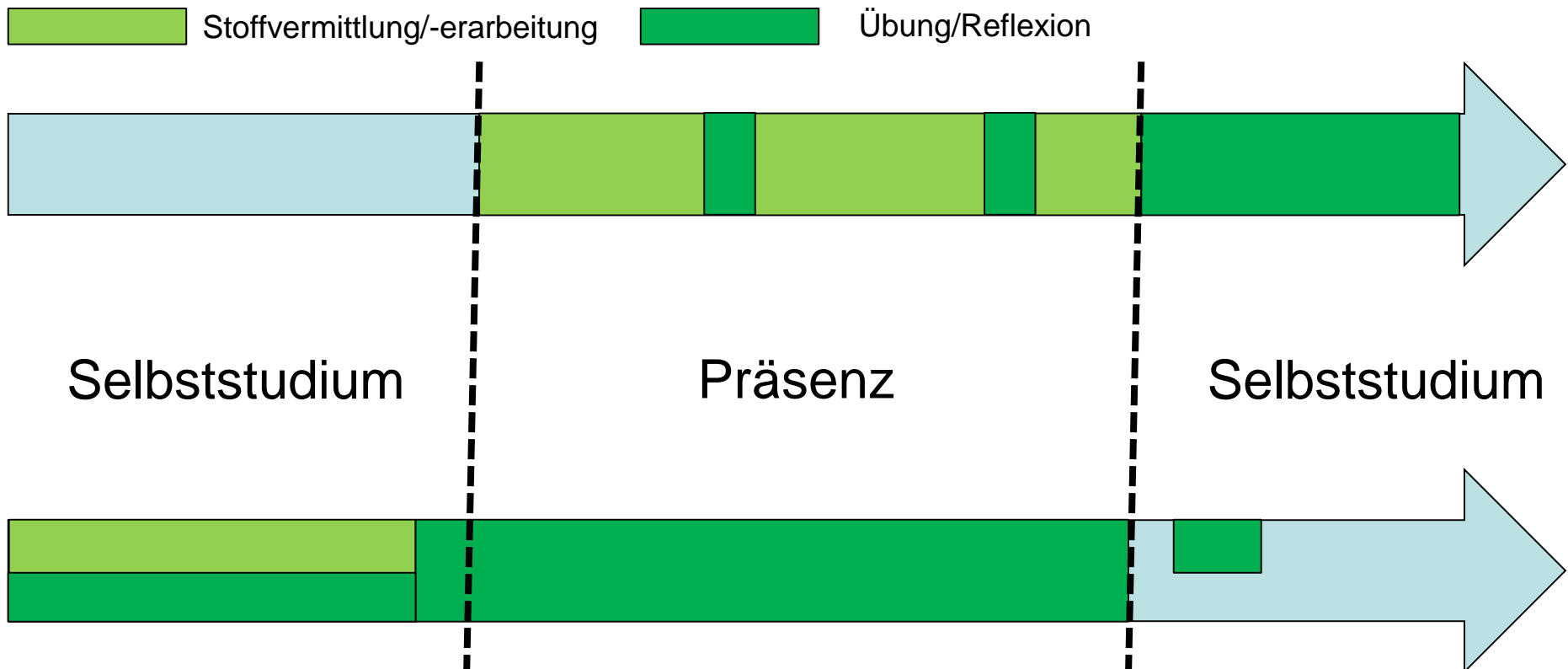
Analysis und Lineare Algebra

- Folgen, Reihen & Grenzwerte
- Funktionsgrenzwerte und Stetigkeit
- Spezielle Funktionen und Potenzreihen
- Differentiation (1D)
- Integralrechnung (1D)
- Vektorräume, eukl. Skalarprodukt, eukl. Norm
- Matrizen und Lineare Gleichungssysteme
- Determinanten ODER Funktionen mehrerer Veränderlicher

Logik und Algebra

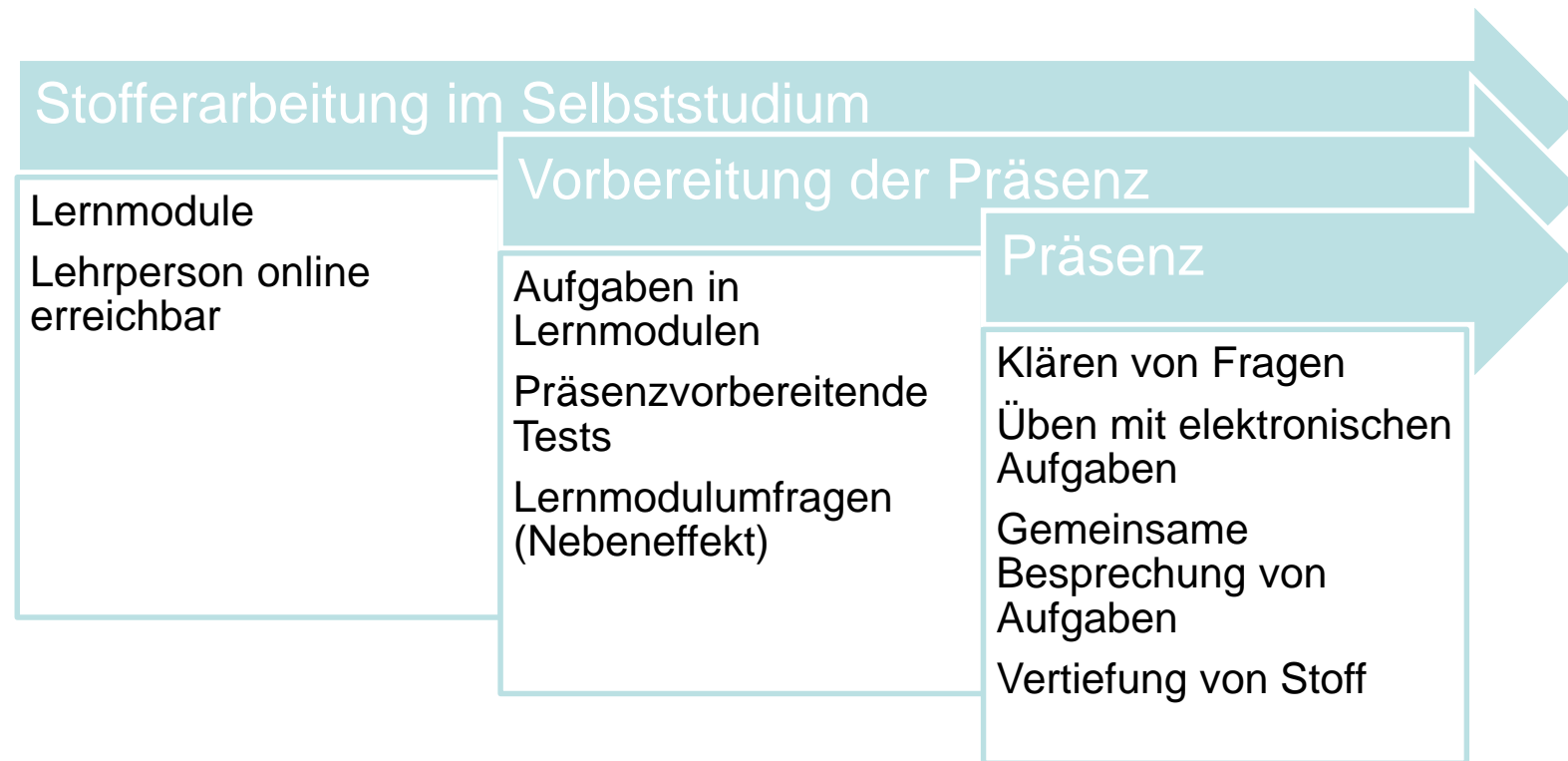
- Aussagen- und Prädikatenlogik
- Beweistechniken
- Mengen und Mengenalgebra
- Relationen (Äquivalenz- und Ordnungsrelationen, Modulare Arithmetik, Abbildungen)
- Algebraische Strukturen (Gruppen, ggf. Ringe, Körper und Vektorräume)

Vergleich „klassischer Ablauf“ zu Pilotdurchlauf an der DHBW KA



Wesentlicher Ablauf einer Lernwoche – Wie werden welche Objekte wann genutzt?

Wesentlicher Ablauf einer Lernwoche – Wie werden welche Objekte wann genutzt?



Lernmodule - Inhalte

- Stoffarbeitung durch die Studierenden im Selbststudium
- Bearbeitungsaufwand (inkl. Fragen): Sollte ungefähr 2-3 Stunden umfassen.
- Ein Lernmodul pro Woche

- ▼ Gruppen
 - ▶ Einleitung
 - ▼ Der Gruppenbegriff
 - Gruppenbegriff
 - ▶ Verknüpfungsgebilde
 - ▶ Assoziativität
 - ▶ Neutrales Element
 - ▶ Inverse Elemente
 - ▶ Beispiele für Gruppen
 - ▶ Abelsche Gruppen
 - ▶ Untergruppen
 - ▶ Gruppenhomomorphismen
 - ▶ Alles auf einen Blick

■ Gruppen
Aktionen ▼

[Inhalt](#)
[Inhaltsverzeichnis](#)
[Druckansicht](#)
[Info](#)
[Seite bearbeiten](#)

◀ Einleitung
Verknüpfungen auf Mengen ▶

Kursübersicht

Forum

Gruppenbegriff

Wir werden im Folgenden den Gruppenbegriff schrittweise aufbauen.

Wir definieren an dieser Stelle zunächst, was eine Gruppe sein wird. Die darin auftauchenden Begriffe werden wir auf den folgenden Seiten definieren und genauer beleuchten.

In einer Gruppe kann man zwei Elemente miteinander verknüpfen und diese Verknüpfung auch wieder rückgängig machen. Außerdem gibt es in einer Gruppe immer ein Element, dass bei Verknüpfung "nichts macht" und wir können Klammern weglassen.

Gruppe

Man nennt eine Menge G zusammen mit einer inneren Verknüpfung $*$: $G \times G \rightarrow G, (g, h) \mapsto g * h$ eine Gruppe, wenn alle der folgenden Axiome erfüllt sind:

- Die Verknüpfung ist assoziativ, d.h. für drei Elemente $g, h, m \in G$ gilt stets

$$(g * h) * m = g * (h * m).$$
- Es gibt ein neutrales Element, d.h.

$$\exists e \in G : e * g = g = g * e.$$
- Es gibt zu jedem Element $g \in G$ ein inverses Element $g^{-1} \in G$, d.h.

$$\forall g \in G \exists g^{-1} \in G : g * g^{-1} = e = g^{-1} * g$$

mit dem neutralen Element $e \in G$.

Eine einfache Merkregel lautet "ANIA":

Lernmodule - Inhalte

Beweis:

Sei $(G, *)$ eine Halbgruppe und sei $g \in G$ mit zwei Inversen $n \in G$ und $m \in G$, so gilt

$$n = e * n = (m * g) * n = m * (g * n) = m * e = m.$$

$$n = e * n = (m * g) * n = m * (g * n) = m * e = m$$

Fahren Sie mit der Maus über ein Gleichheitszeichen, um eine zugehörige Erläuterung anzuzeigen.

□

Lernmodule - Inhalte

Beweis:

Sei $(G, *)$ eine Halbgruppe und sei $g \in G$ mit zwei Inversen $n \in G$ und $m \in G$, so gilt

$$n = e * n = (m * g) * n = m * (g * n) = m * e = m.$$

$$n = e * n = (m * g) * n = m * (g * n) = m * e = m$$

Eigenschaft des neutralen Elements: $e * n = n$

□

Lernmodule – Fragen und Fragenstatistik

Aufgabe

Ordnen Sie den Wahlen von A und B die Eigenschaften der Tripel $R = (A, B, \mathcal{R})$ zu. Dabei sei stets

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 1)\}$$

Bedenken Sie: Mehrfachzuordnungen sind möglich!

Anordnung zurücksetzen

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1\}$	rechtstotale Relation	Relation, aber weder links- noch rechtstotal
$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2\}$	linkstotale Relation	linkstotale Relation
$A = \{1\}, B = \{1\}$	keine Relation	keine Relation
$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$	Relation, aber weder links- noch rechtstotal	bitotale Relation
$A = \{1, 2\}, B = \{1\}$	linkstotale Relation rechtstotale Relation bitotale Relation	rechtstotale Relation

✓ Richtig!
Sehr gut.

Auswerten

Reflexion

Direktes Feedback

Lösungsvorschläge

Fortschrittsanzeige im Lernmodul

Lernmodule – Fragen und Fragenstatistik

$A = \{1\}, B = \{1\}$	keine Relation
$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1\}$	rechtstotale Relation
$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$	Relation, aber weder links- noch rechtstotal

✓ Richtig!
Sehr gut.

Auswerten

▼ LÖSUNGSMÖGLICHKEIT

Wir betrachten die Tripel $R = (A, B, \mathcal{R})$ mit der Menge

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 1)\}.$$

Für die Mengenwahl $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1\}$ ist R eine rechtstotale Relation, die nicht linksstotal und damit insbesondere auch nicht bitotal ist. Sie ist nicht linksstotal, da 3 zu keiner Zahl in Relation steht.

Für die Mengenwahl $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ ist R eine Relation, die weder links- noch rechtstotal ist. Sie ist aufgrund der 3 $\in A$ nicht links- und aufgrund der 2 $\in B$ nicht rechtstotal.

Für die Mengenwahl $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$ ist R eine links- und rechtstotal, also bitotale, Relation. Man muss dieser Wahl also "linkstotal", "rechtstotal" und "bitotal" zuordnen.

Für die Mengenwahl $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2\}$ ist R eine linkstotal, jedoch nicht rechtstotale Relation. Insbesondere ist sie nicht bitotal.

Für die Mengenwahl $A = \{1\}, B = \{1\}$ ist \mathcal{R} keine Teilmenge des kartesischen Produktes $A \times B = \{1\} \times \{1\} = \{(1, 1)\}$, da $(2, 1) \in \mathcal{R}$, aber $(2, 1) \notin A \times B$ ist. Somit ist R keine Relation.

Quellen

◀ Eigenschaften allgemeiner Relationen
Links-, Rechts- und Eineindeutigkeit ▶

Reflexion

Direktes Feedback

Lösungsvorschläge

Fortschrittsanzeige im Lernmodul

Lernmodule – Fragen und Fragenstatistik

Vorbereitung der Sitzung:
Was konnten die Studierenden,
was konnten sie nicht so gut.
In diesem Beispiel: Problem leere
Menge.

Inhalt Info Einstellungen Fragen Metadaten Export Rechte Präsentationsansicht >						
Statistik Gesperrte Benutzer						
(1 - 6 von 6)						
Seite	Frage	Benutzerantworten	Erste Antwort korrekt	Zweite	Dritte oder später	Nie
Teilmengen und Obermengen	Welche Beziehung gilt für die folgenden Mengen M und N ? $M = \{ \}$ $N = \{ \}$	24	19 (79.16666666667 %)	5 (20.83333333333 %)	0 (0 %)	0 (0 %)
Die leere Menge	Welche der folgenden Mengen gleicht der leeren Menge?	24	9 (37.5 %)	2 (8.33333333333 %)	13 (54.16666666667 %)	0 (0 %)
Das kartesische Produkt zweier Mengen	Welche der folgenden Teilmengen von $\{0,1,2\} \times \{0,1,2\}$ lassen sich als kartesisches Produkt schreiben?	20	9 (45 %)	6 (30 %)	5 (25 %)	0 (0 %)
Potenzmenge	Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?	24	9 (37.5 %)	5 (20.83333333333 %)	10 (41.66666666667 %)	0 (0 %)
Aufzählende Darstellung von Mengen	Bestimmen, ob die folgenden Aussagen korrekt oder falsch sind.	24	21 (87.5 %)	2 (8.33333333333 %)	1 (4.16666666667 %)	0 (0 %)
Endliche Mengen und Kardinalität	Bestimmen Sie die Kardinalität von $\mathcal{P}(\{0,2,4,7,42\})$	23	15 (65.217391304348 %)	3 (13.04347826087 %)	5 (21.739130434783 %)	0 (0 %)

Lernmodulumfrage

◀ Übersicht

Kursübersicht

Forum

Umfrage zum Lernmodul

Zur fortlaufenden Verbesserung der Lernmodule können Sie hier an einer kurzen anonymen Umfrage teilnehmen:

Umfrage zum Lernmodul zur Aussagen- und Prädikatenlogik
Dauer: 2min

Quellen

Lernmodulumfrage

← Übersicht

Kursübersicht

Forum

Umfrage: Lernmodul: Gruppen

Die Umfrage ist anonym.

66%

<< Zurück
Umfrage unterbrechen
Weiter >>

Inhalte und Umfang

Bitte bewerten Sie nach Ihrem Empfinden. *

	++	+	0	-	--		Trifft auf mich nicht zu.
Ich empfind den Umfang des Lernmoduls als angemessen	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
Ich empfind den Umfang des Lernmoduls als zu hoch	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
Ich empfind den Umfang des Lernmoduls als zu gering	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>
Die Inhalte waren fehlerfrei. (Bei Fehlern können Sie später im Freitext die Stelle nennen.)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		<input type="radio"/>

Präsenzvorbereitende Tests

- Zeit der Studierenden im Selbststudium nicht zu sehr beanspruchen
- Kurze Tests
- Möglichst offene Fragentypen
- Typische Probleme oder Missverständnisse erfragen
- Konzeptionelle Fragen

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 2x^2 & , x > 0 \\ 3 & , x = 0 \\ \sin(x) & , x < 0 \end{cases}$$

Bestimmen Sie, im Falle der Existenz, den rechts- und linksseitigen Grenzwert der Funktion im Punkt $x = 0$.

Existiert der Grenzwert von $f(x)$ für $x \rightarrow 0$? Wenn ja, geben Sie den Wert an.

Bei Nichtexistenz geben Sie jeweils "n.e." ohne Anführungszeichen in die Lücke ein.

Es gelten

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \text{[]}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \text{[]}$$

und

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \text{[]}$$

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 2x^2 & , x > 0 \\ a & , x = 0 \\ \sin(x) & , x < 0 \end{cases}$$

mit einem $a \in \mathbb{R}$.

Wie müssen Sie a bestimmen, damit die Funktion stetig ist?

Falls kein solches a existiert, geben Sie "n.e." ohne Anführungszeichen in die Lücke ein.

$$a = \text{[]}$$

Präsenz: Fokus Üben

- In der Präsenz soll primär geübt und vertieft werden.
- Neuer Input nur, wenn angezeigt.
- Klären von Fragen (im Plenum und individuell)
- Gemeinsame Besprechung von Aufgaben und Lösungen
- Studierende aktiv miteinbeziehen
- Einsatz elektronischer Aufgaben

Präsenz: Vorteile von elektronischen Aufgaben

- Direkte Rückmeldungen
- Aufrufbare Lösungshinweise (Statistik: Übersicht in der Präsenz)
- Entlastung der Lehrperson
- Nähe zur eKlausur
- Fortschrittsanzeige im „lernzielorientierten Kurs“.
- Überblick der Lehrperson auf die Antworten der Studierenden (-> Fokussierung)
- Möglichkeit der gemeinsamen Besprechung
- Genutzt: Anonyme Testeinstellung

Lösungshinweise

Eine Frage zur Subjunktion

Frage 2 von 22 (4 Punkte)

Relevante Lernziele: Aussagenlogik

Nicht beantwortet

Aktionen ▾

Wir kennen den Wahrheitswert $w(A \rightarrow B) = w$. Was des Folgenden gilt dann?

- Es gilt immer $w(B)=f$
- Es gilt immer $w(B)=w$
- Damit kann man $w(B)$ bestimmen, wenn man $w(A)$ kennt.
- Damit kann man $w(B)$ bestimmen, wenn A wahr ist.

Antwort speichern und Rückmeldung anfordern

Lösungshinweis anfordern

Lösungshinweise

Eine Frage zur Subjunktion

Frage 2 von 22 (4 Punkte)

Relevante Lernziele: Aussagenlogik

Nicht beantwortet

Aktionen ▾

Wir kennen den Wahrheitswert $w(A \rightarrow B) = w$. Was des Folgenden gilt dann?

- Es gilt immer $w(B)=f$
- Es gilt immer $w(B)=w$
- Damit kann man $w(B)$ bestimmen, wenn man $w(A)$ kennt.
- Damit kann man $w(B)$ bestimmen, wenn A wahr ist.

Antwort speichern und Rückmeldung anfordern

Lösungshinweis anfordern

LÖSUNGSHINWEIS 1 FÜR FRAGE: EINE FRAGE ZUR SUBJUNKTION

Lösungshinweis

Formulieren Sie eine Wahrheitstabelle und vergleichen Sie die entsprechenden Zeilen.

Punkteabzug

1

Zurück zur Frage

Besprechungen von Antworten Studierender

Anonyme Testeinstellung erlaubt es, Lösungen von Studierenden mit einer geringeren „Bloßstellgefahr“ gemeinsam im Plenum zu besprechen.

Vorteile von Live-Voting somit auch bei „normalen“ Aufgaben.

Beispiel:

Zeichenaufgabe: Relationen: Kartesische Produkte, Äquivalenzklassen, Hasse-Diagramme

Freitextaufgabe: Beweise (Bsp. Gruppen)

„Das würde in der Klausur so und so bewertet werden können.“

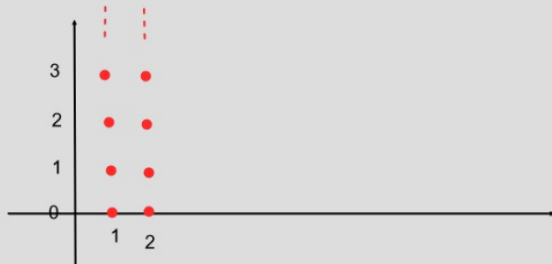
Gemeinsame Besprechung von Aufgaben

Name: Anonym

Bewerteter Durchlauf: 1

Skizzieren Sie das folgende kartesische Produkt:

$$\{1, 2\} \times \mathbb{N}$$



Name: Anonym

Bewerteter Durchlauf: 2

Skizzieren Sie das folgende kartesische Produkt:

$$\{1, 2\} \times \mathbb{N}$$



Prüfungsvorbereitung

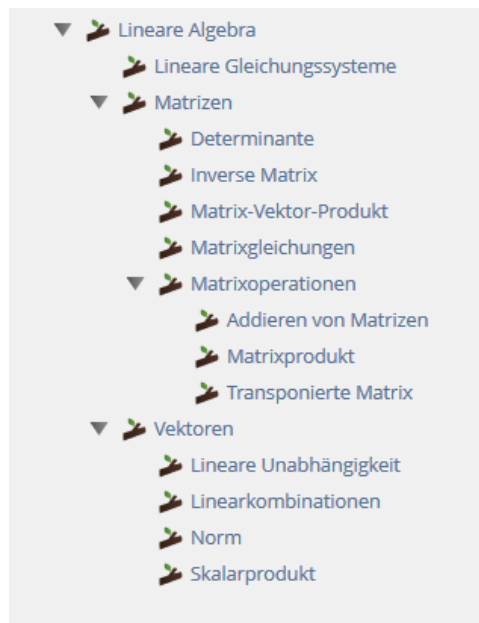
- Freier Trainingsplatz
- Probeklausur
- Vorbereitung der finalen Sitzung vor der Klausur

Freier Trainingsplatz

- Test im Continuous-Testing-Mode
- Fragenaufwurf nach Taxonomiefilter durch Studierende möglich

Freier Trainingsplatz

- Test im Continuous-Testing-Mode
- Fragenaufruf nach Taxonomiefilter durch Studierende möglich



Freier Trainingsplatz

- Test im Continuous-Testing-Mode/Wiedervorlagemodus
- Fragenaufruf nach Taxonomiefilter durch Studierende möglich

Freier Trainingsplatz

Das ist der freie Trainingsplatz. Sie können sich anhand der angebotenen Taxonomien eine zielgerichtete Auswahl an Fragen aus dem Fragenpool anzeigen lassen.

Test mit aktueller Fragenauswahl starten

AUSWAHL DER TESTFRAGEN UND AUSWAHLSTATISTIK

Trainings	Methoden	Thema	Präsenzvorbereitender Test	Welche Fragen sollen in die Wiedervorlage?
Auswählen Zurücksetzen	Auswählen Zurücksetzen	Determinante Auswählen Zurücksetzen	Auswählen Zurücksetzen	Alle, außer richtig bea <input type="text"/>
Filter anwenden		Filter zurücksetzen		
Zeilen ▾				
Anzahl ausgewählter Fragen	Richtig beantwortet	Falsch beantwortet	Angesehen, nicht beantwortet	Noch nicht angesehen
7	0	0	0	7

Probeklausur/ Finale Sitzung

- Studierende mit der Prüfungssituation vertraut machen.
- Im zweiten Drittel der Lehrveranstaltung vor Ort oder online freigeschaltet.
- Letzte Sitzung dient zur Prüfungsvorbereitung
- Umfrage zur Themenabstimmung
- Aufgaben

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.

Stellen Sie gerne Fragen!